Трансверсальный принудительный алгоритм Ньютона-Рафсона для быстрого расчета максимальной допустимой нагрузки

Мажар Али

[1] Энергетические системы, Центр науки, инноваций и образования
Сколковский институт науки и технологий
[2] Массачусетский технологический институт, Факультет машиностроения

Консультант: проф. Константин Турицын, проф. Януш Биалек, проф. Анатолий Дымарский

2 Декабря, 2016

Skoltech

Мотивация

Сложность вычислений

Метод Ньютона-Рафсона со множеством переменных («проклятие» сингулярности)

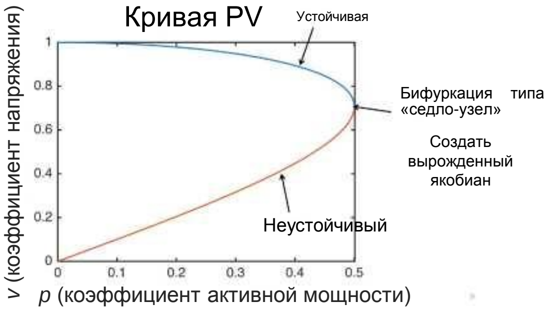
1 Время расчета

2 Проблемы сходимости (хорошее начальное приближение)

3 Сложность вычислений Метод продолжения Ньютона-Рафсона

1-широко известный и признанный метод.

2-метод с использованием предиктора и корректора.



Математическая модель

$$f_i(x_i, \lambda) = 0 \qquad i = 1,2,\dots,n \qquad (1)$$
$$0 \le \lambda \le \lambda_{max}$$

- Чтобы найти решение, соответствующее граничным условиям допустимых значений (т.е. для $\lambda = \lambda max$), такое решение должно удовлетворять (1) и дополнительному уравнению, определяющему сингулярность якобиана потока мощности.

$$\det\left(J_{ij}\right) = 0 \qquad (2)$$

- Одновременное решение уравнений (1) и (2) обеспечивает более быстрый расчет предельной допустимой нагрузки в заданном направлении, чем в случае применения алгоритмов, основанных на методе продолжения.

Skoltech

Система уравнений

Прямоугольное построение обеспечивает простоту реализации и дает возможность отбрасывания членов высокого порядка ряда Тейлора.

$$V_i = a_i + \boldsymbol{j}\, b_i$$

Уравнения потока мощности

$$P_i(x) = \sum_k \left\{ a_i(G_{ik} a_k - B_{ik} b_k) + b_i(G_{ik} b_k + B_{ik} a_k) \right\}$$
$$-(P_{\text{ген}\,^0,i} - P_{\text{нар}\,^0,i})(1+\lambda) = 0$$

$$Q_i(x) = \sum_k \left\{ b_i(G_{ik} a_k - B_{ik} b_k) - a_i(G_{ik} b_k + B_{ik} a_k) \right\}$$
$$-(Q^0_{\text{ген},i} - Q_{\text{нар}\,^0,i})(1+\lambda) = 0$$

Skoltech

Модель генераторов в форме шины PV

$$\Delta|V_i|^2 = (a_i)^2 + (b_i)^2 - |\hat{V}_i|^2_{\text{эт}} = 0$$

Шины PQ допустимых значений напряжения

$$|\hat{V}_i|_{\text{мин.}} \leq \ |V_i|_{\text{расч.}} \leq |\hat{V}_i|_{\text{макс.}}$$

$$\Delta|\overline{V}_i| = (a_i)^2 + (b_i)^2 - |\hat{V}_i|^2_{\text{макс.}} + (\overline{s}_i)^2 = 0$$

$$\Delta|\underline{V}_i| = (a_i)^2 + (b_i)^2 - |\hat{V}_i|^2_{\text{мин.}} - (\underline{s}_i)^2 = 0$$

Нагрузка или шина PQ:
Дано: баланс активной или реактивной мощности и предельные значения напряжения Найти: реальную и мнимую части напряжения и дополнительные переменные

Генератор или (шина PV):
Дано: баланс активной мощности и величина напряжения Найти: реальную и мнимую части напряжения

Skoltech

Трансверсальные выборы

Предложение новых трансверсальных вариантов решения с потенциально более быстрой сходимостью и численной стабильностью.

Вывод математических выражений для поиска градиента таких трансверсальных вариантов решения.

1-Трансверсальность детерминанта:

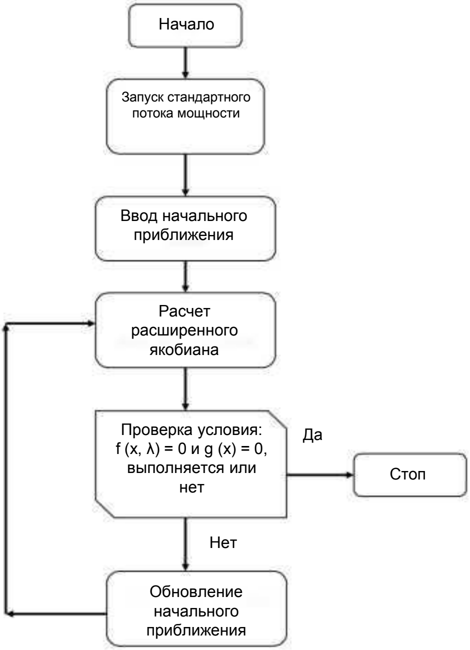
$$g_{\text{дет.}}(x) = \prod_k \lambda_k \tag{3}$$

$$g_{\mathrm{LU}}(x) = U_{nn}, \quad J = LDU \tag{4}$$

$$g_{\mathrm{QR}}(x) = R_{nn}, \quad J = QR \tag{5}$$

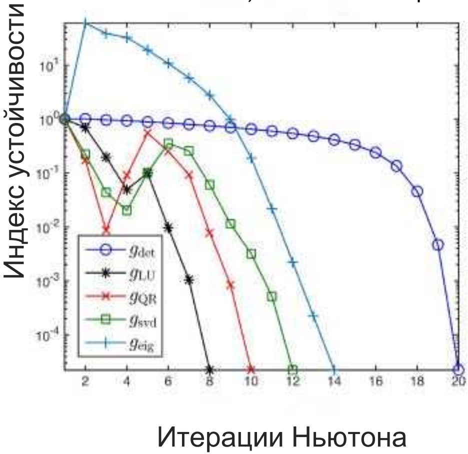
$$g_{\mathrm{svd}}(x) = \sigma_{nn}, \quad J = SVD \tag{6}$$

Skoltech


Начало
Запуск стандартного потока мощности
Ввод начального приближения
Расчет расширенного якобиана
Проверка условия: f (x, λ) = 0 и g (x) = 0, выполняется или нет
Да
Стоп
Нет
Обновление начального приближения

Шина IEEE 30

Шина IEEE 30, тестовый сценарий



$$\text{Индекс} = \frac{\sigma_{\text{мин.}}(\tau)}{\sigma^{0}_{\text{мин.}}}$$

Шина IEEE 300

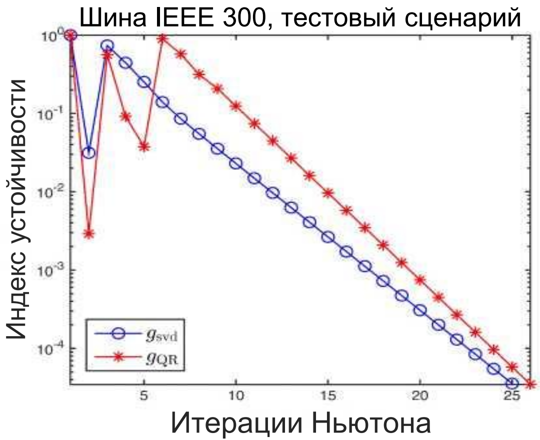
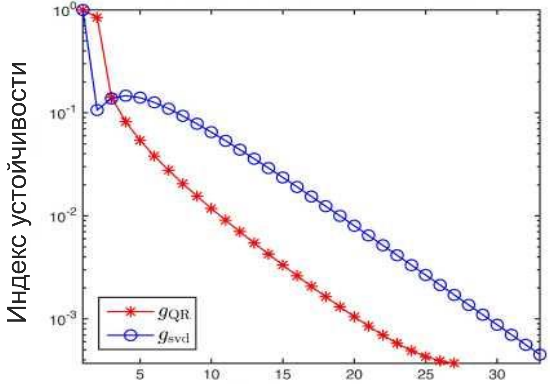


Рисунок: График сходимости при выполнении тестового сценария для шины IEEE 300

Skoltech

Шина Polish 2383

Сетевая шина Polish 2383, тестовый сценарий



Итерации Ньютона

Рисунок: График сходимости при выполнении тестового сценария для шины IEEE Polish 2383

Skoltech

ДЛЯ РАЗНЫХ СЕТЕЙ ТЕСТИРОВАНИЯ IEEE (С ОГРАНИЧЕНИЯ ВОЗМОЖНОСТИ НАПРЯЖЕНИЯ ТОКА НА НАПРЯЖЕНИЕ)

IEEE Cases	$\|\lambda_{max}\|$	τ_{det}	τ_{LU}	τ_{QR}	τ_{svd}	τ_{eig}
9 Bus	0.0708	11	7	5	5	9
14 Bus	1.1205	17	12	8	8	15
30 Bus	0.4376	36	18	9	10	23
118 Bus	0.0385	75	20	11	10	26

Skoltech

Таблица: Время расчета различных случаев IEEE (полное время работы программы)

IEEE Cases	t_{det} seconds	t_{LU} seconds	t_{QR} seconds	t_{svd} seconds	t_{eig} seconds	t_{CFP} seconds
9 Bus	0.036	0.002	0.001	0.013	0.019	1.791
14 Bus	0.075	0.004	0.003	0.022	0.037	2.124
30 Bus	0.098	0.005	0.004	0.035	0.092	3.432
57 Bus	0.216	0.013	0.011	0.039	0.211	5.067
118 Bus	0.851	0.059	0.025	0.051	0.893	10.411
300 Bus	9.791	0.212	0.122	0.131	10.081	15.164
2383 Bus	-	2.310	1.01	0.837	33.310	35.102

Skoltech

Область применения

- Быстрый расчет предельной допустимой нагрузки в энергосистемах с мягкими граничными условиями.
- Прямой метод расчет бифуркации типа «седло-узел» в энергосистемах и при решении подобных задач из других прикладных областей.
- Определить различные условия трансверсальности и быстрые алгоритмы расчета градиентов.
- Возможность добавления неравенств в качестве граничных условий допустимых значений, обеспечивающих существование решения задачи.
- Простота в реализации по сравнению с другими методами решения.

Skoltech

Планы на будущее

- Инновационный подход в выборе размера шага алгоритма Ньютона (α), реализованный в рассматриваемом принудительном алгоритме Ньютона-Рафсона

- Предельные допустимые нагрузки с большим количеством граничных условий допустимых значений, перенос мощности...

- Граничные условия существования
  решения и допустимых значений
  Локальная оптимизация

- Авторы выражают особую благодарность: проф. Януш Биалек, проф. Люка Даниэль, проф. Михаил Чертков, проф. Илгар Габитов

Skoltech